Національний технічний університет України
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

Кафедра математичного аналізу та теорії ймовірностей

ТЕОРІЯ МІРИ ТА ІНТЕГРАЛА ЛЕБЕГА

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)
Галузь знань	Математика
Спеціальність	111 Математика
Освітня програма	Страхова та фінансова математика
Статус дисципліни	Вибіркова
Форма навчання	очна(денна /дистанційна/змішана
Рік підготовки, семестр	3 курс, осінній
Обсяг дисципліни	4 кредити / Усього: 120 год., з них лекції – 36 год., практичні – 36 год., Самостійна робота – 48 год.
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Залік
Розклад занять	http://rozklad.kpi.ua/Schedules/ViewSchedule.aspx?v=b5f322d5-bfe5-45d0-a522-0a4ff4b0e0bf
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: Доктор фіз.-мат. наук, старший наук. співробітник Романюк Віктор Сергійович, e mail: mlromanuk@gmail.com Практичні / Семінарські: Доктор фіз.-мат. наук, старший наук. співробітник Романюк Віктор Сергійович, e mail: mlromanuk@gmail.com
Розміщення курсу	

Програма навчальної дисципліни

1. **Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчання та результати навчання**

Поняття міри – одне з найважливіших понять не лише у математиці, а й у філософії. Основною метою навчальної дисципліни є ознайомлення з різними типами мір множин, у тому числі абстрактних, та із загальними ідеями, що приводять до відповідних означень інтеграла Наприклад,на основі міри Лебега множин різноманітної структури визначається інтеграл Лебега, який широко використовується при описі багатьох об'єктів з різних розділів математики. Так, в означенні чисельних ймовірносних характеристик одним із ключових є саме поняття міри, зокрема, міри Лебега. Засвоєння теорії міри і інтеграла Лебега сприяє набуттю практичного вміння та навичок обчислення міри множин та поглибленому розумінню побудови інтегрального числення загалом.

Програмою курсу також передбачається: висвітлення основних властивостей простору функцій інтегрованих у p-ому степені за Лебегом, вивчення різних типів збіжності послідовностей у просторі функцій сумовних за Лебегом та у просторі L_p та зв'язку між ними; ознайомлення з властивостями функцій із обмеженою варіацією і абсолютно-неперервних функцій; умовами відновлення функції за її похідною; поняттям міра

Лебега-Стілтьєса і її властивостями, поняттями інтеграл Лебега-Стілтьєса і , інтеграл Рімана-Стілтьєса і їх властивостями.

Навчальна дисципліна орієнтована на засвоєння студентами базових понять з теорії міри та інтеграла, і теорем, з метою вільного оперування ними при розв'язанні типових задач з різних розділів математики, зокрема, з курсів теорії ймовірностей, математичної статистики, теорії випадкових процесів, тощо та застосування набутих знань у вирішенні широкого кола задач природознавства.

Навчальна дисципліна покликана до формування у студентів

компетентностей:

здатність визначати, формулювати та розв'язувати проблеми, приймати обґрунтовані рішення;

спроможність застосовувати різноманітні математичні методи для перевірки математичної моделі на адекватність емпіричним даним, інтерпретувати складові математичних моделей у термінах специфічної предметної області;

здатностей:

до логічного мислення, формування особистості студентів, розвиток їх інтелекту і здібностей;

використання методів теорії міри та інтеграла в теоретичних та прикладних дослідженнях;

до аналізу отриманих результатів, здатності до узагальнення, постановки задачі та вибору шляхів її розв'язання;

до самостійно вивчення та використання математичної літератури;

до розвитку гнучкості мислення, творчої самостійності та дій.

Згідно з вимогами програми навчальної дисципліни студенти після засвоєння курсу мають продемонструвати такі результати навчання:

знання:

–основних понять теорії множин, операцій над множинами, принципу двоїстості;

–основних класів множин та їх властивостей (півкільце, кільце, алгебра, δ-кільце, σ-алгебра, монотонні класи);

–поняття вимірної за Лебегом множини на прямій та на площині;

–поняття абсолютно-неперервної, дискретної та сингулярної мір Лебега – Стілт'єса на прямій;

–поняття борелівської множини в R;

–основних властивостей мір (зокрема, зовнішньої міри, міри Лебега та міри Лебега – Стілт'єса);

–процедури продовження за Лебегом міри з напівкільця множин на породжене ним кільце та властивостей таких продовжень;

–зв'язку між вимірністю множини за Жорданом та вимірністю за Лебегом;

–понять повної, σ-скінченної та внутрішньої міри, теореми Каратеодорі;

–визначення вимірної функції та дій над вимірними функціями;

–типів збіжностей послідовностей вимірних функцій та теорем про зв'язок між різними типами збіжностей, теорем Д.Ф. Єгорова, Ф. Рісса та теореми М.М. Лузіна про C-властивість;

–визначення інтеграла Лебега та його властивостей (теореми про абсолютну неперервність та σ-адитивність інтеграла Лебега);

–теорем про граничний перехід під знаком інтеграла Лебега (теорема про монотонну збіжність, теорема Беппо Леві, теорема Фату, теорема А. Лебега про мажоровану збіжність);

–зв'язку між інтегрованістю функції за Ріманом та за Лебегом і критерію інтегровності за Ріманом функції, визначеної на відрізку;

–поняття добутку мір, визначень кратного та повторного інтеграла Лебега, теореми Фубіні;

–визначень мотонної функції, функції з обмеженою варіацією та абсолютно-неперервної функції і їх властивостей;

−поняття невизначеного інтеграла Лебега і формули Ньютона – Лейбніця;

−понять абсолютно-неперервної, дискретної та сингулярної частин функції з обмеженою варіацією;

−поняття міри Лебега – Стілт’єса та основних її типів;

−поняття інтеграла Лебега – Стілт’єса, його властивостей та способів обчислення;

−основних властивостей функцій множин (заряди, теорема про розклад заряду за Ханом та Жорданом, теорема Радона – Нікодима);

−просторів Лебега сумовних функцій, визначених на множинах евклідового простору R^d.

уміння:

−робити складні теоретико-множинні перетворення;

−визначати основні класи множин теорії міри та користуватись їх властивостями;

−застосовувати основні властивості мір для обчислення мір множин із різних класів, зокрема для обчислення міри Лебега борелівських множин;

−обчислювати та оцінювати варіацію функцій на відрізку, розкладати функції обмеженої варіації у різницю двох монотонно неспадних функцій;

−доводити вимірність відображень та функцій;

−проводити дослідження щодо визначення типу збіжності послідовностей функцій;

−обчислювати інтеграли Лебега та Лебега–Стілт’єса від простих класів вимірних функцій;

−застосовувати теореми про граничний перехід під знаком інтеграла Лебега для доведення неперервності та диференційовності інтеграла Лебега залежного від параметра, почленного інтегрування функціональних рядів тощо;

−застосовувати теорему Фубіні для заміни порядку інтегрування в інтегралі Лебега від функції двох змінних.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

У структурно-логічній схемі освітньої програми підготовки з даної спеціальності навчальна дисципліна “Теорія міри та інтеграл Лебега” тісно пов’язана з навчальною дисципліною “Математичний аналіз”, і нею забезпечується навчальна дисципліна “Функціональний аналіз”, а також навчальні дисципліни: “Рівняння математичної фізики”, “Теорія ймовірностей”, “Основи математичної статистики”, “Основи теорії випадкових процесів”.

Необхідним мінімумом успішного вивчення дисципліни є знання основ курсів «Математичний аналіз І» та «Математичний аналіз ІІ» (диференціальне та інтегральне числення функцій однеї та декількох змінних), «Функціональний аналіз»(елементи теорії множин).

3. Зміст навчальної дисципліни

Розділ 1. Класи множин.

Тема 1.1. Основні класи множин.

Напівкільце, кільце, алгебра, σ-кільце, δ-кільце, σ-алгебра. Збіжні послідовності множин. Монотонний клас множин.

Тема 1.2. Породжені класи множин.   σ-алгебра борелівських множин.

Кільце, породжене напівкільцем. Мінімальна σ-алгебра та σ-алгебра борелівських множин.

Розділ 2. Міри на прямій та на площині.

Тема 2.1. Лебегова міра множин на площині.

Елементарні множини в R^2. Напівадитивність, σ-адитивність міри елементарних множин. Зовнішня міра обмежених множин в R^2. Напівадитивність зовнішньої міри. Вимірні за Лебегом обмежені множини в R^2. Напівадитивність та σ-адитивність міри Лебега обмежених множин в R^2. Неперервність зверху та знизу міри Лебега обмежених множин в R^2. Структура обмежених вимірних за Лебегом множин в R^2. Вимірність довільних множин на площині та їх міра Лебега.

Тема 2.2. Міри множин на прямій. **Борелівські множини.**

Міра Лебега на прямій. Борелівські множини в R. Канторова множина та її міра Лебега. Міра Лебега–Стілт'єса на прямій. Абсолютно-неперервна, дискретна та сингулярна міри Лебега–Стілт'єса.

Розділ 3. Загальне поняття міри.

Тема 3.1. Продовження міри.

Продовження міри з напівкільця множин на породжене ним кільце. Теорема про напівадитивність міри на кільці. Поняття σ-адитивної міри та її властивості на кільці множин. Продовження за Лебегом міри з напівкільця з одиницею. Зовнішня міра довільної підмножини одиниці напівкільця. Вимірні підмножини одиниці напівкільця множин та означення їх міри Лебега. Елементарні властивості. Структурні властивості системи вимірних за Лебегом підмножин одиниці напівкільця множин. σ-адитивність міри Лебега на σ-алгебрі з одиницею вимірних множин. Продовження за Лебегом міри з напівкільця без одиниці. Теорема про структуру системи вимірних множин.

Тема 3.2. Різні типи мір. Вимірність множини за Каратеодорі.

Поняття повної міри. Поняття σ-скінченної міри. Пряма сума σ-алгебр. Міра Лебега множини, яка є прямою сумою σ-алгебр. Про зв'язок між вимірністю за Жорданом та вимірністю за Лебегом. Множини вимірні за Каратеодорі. Теорема Каратеодорі. Поняття внутрішньої міри та вимірність за Лебегом.

Розділ 4. Вимірні функції та збіжність.

Тема 4.1. Вимірні функції.

Вимірні функції. Теорема про композицію вимірних функцій. Теорема про еквівалентні означення вимірної функції. Дії над вимірними функціями. Теорема про границю збіжної послідовності вимірних функцій. Еквівалентні функції. Про вимірність еквівалентних функцій.

Тема 4.2. Послідовності вимірних функцій. Типи збіжностей.

Збіжність майже скрізь. Теорема про границю збіжної майже скрізь послідовності вимірних функцій. Рівномірна збіжність послідовності функцій. Теорема Д.Ф. Єгорова. Збіжність за мірою. Теорема про зв'язок між збіжністю за мірою та збіжністю майже скрізь. Збіжність за мірою та теорема Ф. Рісса. Теорема М.М. Лузіна. C-властивість.

Розділ 5. Інтеграли Лебега та Лебега-Стілт'єса.

Тема 5.1. Означення інтеграла Лебега та його властивості.

Прості функції. Інтеграл Лебега для простих функцій. Елементарні властивості. Сумовні функції. Інтеграл Лебега на множинах зі скінченною мірою Лебега. Основні властивості інтеграла Лебега на множинах зі скінченною мірою. Теорема про σ-адитивність інтеграла Лебега.

Тема 5.2. Граничний перехід під знаком інтеграла Лебега.

Нерівність П.Л. Чебишева та її наслідок. Абсолютна неперервність інтеграла Лебега. Теорема А. Лебега про граничний перехід під знаком інтеграла Лебега.

Теорема Б. Леві (про граничний перехід під знаком інтегралу Лебега). Теорема Фату. Функції сумовні на множинах з нескінченною мірою Лебега та інтеграл Лебега.

Тема 5.3. Зв’язок між інтегралами Рімана та Лебега.

Співставлення інтеграла Лебега з інтегралом Рімана. Критерій інтегровності функції за Ріманом. Зв'язок інтеграла Лебега з невласним інтегралом Рімана.

Тема 5.4. Добуток мір. Теорема Фубіні.

Прямий добуток систем множин. Прямий добуток напівкілець. Добуток мір та його властивості. Лебегове продовження добутку мір на σ-алгебру вимірних множин. Теорема про зв'язок міри «плоских» множин з «лінійними» мірами перерізів. Теорема Фубіні. Умови сумовності функції на добутку множин.

Тема 5.5. Властивості інтеграла Лебега-Стілт'єса та інтеграла Рімана-Стілт'єса.

Міра Лебега–Стілт'єса та основні її типи – дискретна, абсолютно-неперервна та сингулярна. Інтеграл Лебега–Стілт'єса та деякі способи його обчислення. Інтеграл Рімана–Стілт'єса та його зв'язок з інтегралом Лебега–Стілт'єса. Елементарні властивості інтеграла Рімана–Стілт'єса.

Розділ 6. Абсолютно-неперервні функції та функції з обмеженою варіацією.Заряди.

Тема 6.1. Монотонні функції.

Монотонні функції та їх основні властивості. Функції стрибків та їх властивості. . Монотонні функції і їх функції стрибків. Диференційовність монотонної функції. Теорема про почленне диференціювання збіжного ряду монотонних функцій. Функції з обмеженою варіацією. Властивості функцій з обмеженою варіацією. Теорема про представлення функції з обмеженою варіацією у вигляді різниці двох монотонних функцій.

Тема 6.2. Невизначений інтеграл Лебега.

Похідна по верхній межі невизначеного інтеграла Лебега. Інтеграл Лебега від похідної монотонної на відрізку функції. Абсолютно-неперервні функції та їх властивості. Інтеграл Лебега як абсолютно-неперервна на відрізку функція. Формула Ньютона–Лейбніца. Абсолютно-неперервна, дискретна та сингулярна частини функції з обмеженою варіацією.

Тема 6.3. Заряди та їх властивості.

Заряди. Розклад Хана. Розклад Жордана. Основні типи зарядів. Теорема Радона–Нікодима.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова література

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. – М.: Наука, 1972. – 496 с.
2. Дороговцев А.Я. Элементы общей теории меры и интеграла. – Издание второе. – К.: Факт, 2007. – 164 с.
3. Дороговцев А.Я., Костантинов О.Ю., Курченко О.О., Івашисен С.Д. Завдання для практичних і лабораторних занять з курсу “Теорія міри та інтеграла”: для студентів спеціальності “математика”. – К.: КДУ, 1991. – 76 с.
4. Березанский Ю.М., Ус Г.Ф., Шефтель З.Г. Функциональный анализ. – К.: Вища школа, 1990. – 600 с.
5. Романюк В. С. Курс лекцій з теорія міри та інтеграла Лебега (доступ за наданим посиланням на Google-диск)

Допоміжна література

6. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа: В 2-х т. – М.: Высшая школа, 1981. – Т.1. – 687 с.
7. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа: В 2-х т. – М.: Высшая школа, 1981. – Т.2. – 584 с.
8. Окстоби Дж. Мера и категории. – М.: Мир, 1974. – 159 с.
9. Кириллов А.А., Гвишиани А.Д. Теоремы и задачи функционального анализа. – М.: Наука, 1979. – 384 с.
10. Очан Ю. С. Сборник задач по математическому анализу: Общая теория множеств и функций: Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/Под ред. М.Ф.Бокштейна — М.: Просвещение, 1981. — 271 с.
11. Натансон И.П. Теория функций вещественной переменной. 3-е изд. – М.: Наука, 1974. – 480 с.
12. Теляковский С.А. Сборник задач по теории функций действительного переменного. – М.: Наука, 1980. – 112 с.

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Лекції .

№ з/п	*Назва теми лекції* та перелік основних питань
1.	*Класи множин*. Напівкільце, кільце, алгебра, σ-кільце, δ-кільце, σ-алгебра. Збіжні послідовності множин. Монотонний клас множин.
2.	*Породжені класи множин.* σ-алгебра борелівських множин. Кільце, породжене напівкільцем. Мінімальна σ-алгебра та σ-алгебра борелівських множин.
3.	*Лебегова міра на прямій та на площині−1.* Міра плоских множин. *Елементарні множини в* R^2. Напівадитивність, σ-адитивність міри елементарних множин. Зовнішня міра обмежених множин в R^2. Напівадитивність зовнішньої міри. Вимірні за Лебегом обмежені множини в R^2.
4.	*Лебегова міра на прямій та на площині−2*. Напівадитивність та σ-адитивність міри Лебега обмежених множин в R^2. Неперервність зверху та знизу міри Лебега обмежених множин в R^2. Структура обмежених вимірних за Лебегом множин в R^2. Вимірність довільних множин на площині та їх міра Лебега.
5.	*Лебегова міра на прямій та на площині−3.* Міра Лебега на прямій. Борелівські множини в R. Канторова множина та її міра Лебега. Міра Лебега-Стілт'єса на прямій. Абсолютно-неперервна, дискретна та сингулярна міри Лебега–Стілт'єса.
6.	*Продовження міри–1.* Продовження міри з напівкільця множин на породжене ним кільце. Теорема про напівадитивність міри на кільці. Поняття -адитивної міри та її властивості на кільці множин. Продовження за Лебегом міри з напівкільця з одиницею. Зовнішня міра довільної підмножини одиниці напівкільця. Вимірні підмножини одиниці напівкільця множин та означення їх міри Лебега. Елементарні властивості. Структурні властивості системи вимірних за Лебегом підмножин одиниці напівкільця множин.
7.	*Продовження міри–2.* σ-адитивність міри Лебега на σ-алгебрі з одиницею вимірних множин. Продовження за Лебегом міри з напівкільця без одиниці. Теорема про структуру системи вимірних множин.
8.	*Різні типи мір. Вимірність множини за Каратеодорі –1.* Поняття повної міри. Поняття σ-скінченної міри. Приклад скінченної міри, яка не є σ-скінченною. Пряма сума σ-алгебр. Міра Лебега множини, яка є прямою сумою σ-алгебр.

9.	*Різні типи мір. Вимірність множини за Каратеодорі –2.*Про зв'язок між вимірністю за Жорданом та вимірністю за Лебегом. Множини вимірні за Каратеодорі. Теорема Каратеодорі. Поняття внутрішньої міри та вимірність за Лебегом.
10.	*Вимірні функції.* Теорема про композицію вимірних функцій. Теорема про еквівалентне означення вимірної функції. Дії над вимірними функціями. Теорема про границю збіжної послідовності вимірних функцій. Еквівалентні функції. Про вимірність еквівалентних функцій.
11.	*Послідовності вимірних функцій. Типи збіжностей–1.* Збіжність майже скрізь. Теорема про границю збіжної майже скрізь послідовності вимірних функцій. Рівномірна збіжність послідовності функцій. Теорема Д.Ф. Єгорова.
12.	*Послідовності вимірних функцій. Типи збіжностей–2.* Збіжність за мірою. Теорема про зв'язок між збіжністю за мірою та збіжністю майже скрізь. Збіжність за мірою та теорема Ф. Рісса. Теорема М.М. Лузіна.
13.	*Означення інтеграла Лебега та його властивості.* Прості функції. Інтеграл Лебега для простих функцій. Елементарні властивості. Сумовні функції. Інтеграл Лебега на множинах зі скінченною мірою Лебега. Основні властивості інтеграла Лебега на множинах зі скінченною мірою. Теорема про σ-адитивність інтеграла Лебега.
14.	*Граничний перехід під знаком інтеграла Лебега–1.* Нерівність П.Л. Чебишева та її наслідок. Абсолютна неперервність інтеграла Лебега. Теорема А. Лебега про граничний перехід під знаком інтеграла Лебега.
15.	*Граничний перехід під знаком інтеграла Лебега–2.* Теорема Б. Леві (про граничний перехід під знаком інтегралу Лебега). Теорема Фату. Функції сумовні на множинах з нескінченною мірою Лебега та інтеграл Лебега.
16.	*Зв'язок між інтегралами Рімана та Лебега.* Співставлення інтеграла Лебега з інтегралом Рімана. Критерій інтегровності функції за Ріманом. Зв'язок інтеграла Лебега з невласним інтегралом Рімана.
17.	*Добуток мір. Теорема Фубіні–1.* Прямий добуток систем множин. Прямий добуток напівкілець. Добуток мір та його властивості. Лебегове продовження добутку мір на σ-алгебру вимірних множин.
18.	*Добуток мір. Теорема Фубіні–2.* Теорема про зв'язок міри «плоских» множин з «лінійними» мірами перерізів. Теорема Фубіні. Умови сумовності функції на добутку множин.
19.	*Властивості інтеграла Лебега–Стілт'єса та інтеграла Рімана–Стілтьєса.* Міра Лебега–Стілт'єса та основні її типи – дискретна, абсолютно-неперервна та сингулярна. Інтеграл Лебега–Стілт'єса та деякі способи його обчислення. Інтеграл Рімана–Стілт'єса та його зв'язок з інтегралом Лебега–Стілтьєса. Елементарні властивості інтеграла Рімана–Стілтьєса.

20.	*Монотонні функції.* Монотонні функції та їх основні властивості. Функції стрибків та їх властивості. Монотонні функції і їх функції стрибків. Диференційовність монотонної функції. Теорема про почленне диференціювання збіжного ряду монотонних функцій.
21.	*Функції з обмеженою варіацією.* Властивості функцій з обмеженою варіацією. Теорема про представлення функції з обмеженою варіацією у вигляді різниці двох монотонних функцій.
22.	*Абсолютно-неперервні функції та невизначений інтеграл Лебега*. Похідна по верхній межі невизначеного інтегралу Лебега. Інтеграл Лебега від похідної монотонної на відрізку функції. Абсолютно-неперервні функції та їх властивості. Інтеграл Лебега як абсолютно-неперервна на відрізку функція. Формула Ньютона–Лейбніця. Абсолютно-неперервна, дискретна та сингулярна частини функції з обмеженою варіацією.
23.	*Заряди та їх властивості.* Заряди. Розклад Хана. Розклад Жордана. Основні типи зарядів. Теорема Радона–Нікодима.

Методика викладання

На початку викладу лекційного матеріалу з нової теми подаються відомі факти з базових курсів, таких як математичний аналіз функцій однієї та декількох змінних і функціональний аналіз, а також те, як вони будуть використані в рамках курсу лекцій “Теорії міри та інтеграла Лебега”.

Практичні заняття

Основні завдання циклу практичних занять полягають у наступному:

−набути навичок самостійного розв’язання різноманітних задач теорії міри та інтеграла Лебега в рамках даного курсу лекцій;

−оволодіти колом ідей, методів та процедур теорії міри та інтеграла;

−бути спроможним до самостійного засвоєння додаткових розділів курсу теорії міри та інтеграла Лебега.

Заплановані види навчальної діяльності та методи навчання

Заплановані види навчальної діяльності: лекції, практичні заняття та індивідуальні завдання.

Теми лекцій відповідають змісту навчальної дисципліни.

На практичних заняттях студенти вчаться розв’язувати задачі на засвоєння лекційного курсу. Зміст практичних занять відповідає темам лекцій. Основні завдання циклу практичних занять полягають у наступному: набути навичок самостійного розв’язання різноманітних задач теорії міри та інтеграла Лебега у межах відповідного курсу лекцій; оволодіти поняттями, ідеями та методами курсу з метою вільного та строгого оперування ними у засвоєнні теоретичного матеріалу, необхідного для розв’язання типових задач в інших розділах математики, зокрема, в курсах теорії ймовірностей, математичної статистики, теорії випадкових процесів, тощо.

Індивідуальні завдання складаються з типової розрахункової роботи. Основною метою виконання типової розрахункової роботи з теорії міри та інтеграла Лебега є поглиблене засвоєння і закріплення студентами теоретичних знань та практичних навичок з предмету, набутих на лекціях та практичних заняттях.

6. Самостійна робота студента/аспіранта

Самостійна робота студента полягає: 1) у розв'язанні задач з домашнього завдання по кожному практичному заняттю. Термін виконання – до наступного практичного заняття.
(кожне практичне заняття проводиться тільки після розгляду відповідної теми на лекції);
2) виконання домашньої контрольної роботи(у двох частинах). Термін виконання – до наступного після видачі завдань практичного заняття.
3) виконання розрахункової роботи (задачі для розрахункової роботи видаються студентам заздалегідь по мірі викладу необхідного для їхнього розв'язання матеріалу з відповідних розділів лекційного курсу. Термін виконання розрахункової роботи встановлюється викладачем. Розрахункова робота складається із типових задач, теоретичним підґрунтям для розв'зання яких є матеріал, що охоплює усі розділи лекційного курсу і є оціночним елементом рівня його засвоєння кожним студентом.

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (РСО)

Поточний контроль: експрес-опитування на практичних заняттях, домашні самостійні роботи.
Календарний контроль: провадиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу.
Семестрова атестація проводиться у вигляді заліку. Для оцінювання результатів навчання застосовується 100-бальна рейтингова система і університетська шкала оцінювання
Умови допуску до семестрового контролю: зарахування усіх елементів контролю і сумою не менше половини розміру стартової шкали рейтингу 50 балів.

Рейтинг студента з дисципліни складається з балів, що він отримує за:

1. відповіді експрес-опитувань на практичних заняттях;
2. 2 домашні самостійні роботи;
3. розрахункову роботу;
4. складання заліку.

Система рейтингових (вагових) балів та критерій оцінювання

1. Робота на практичних заняттях

За умови достатньо доброї підготовки і активної роботи на практичному занятті – 2. Одному, або двом кращим студентам на кожному практичному занятті може бути додано, як заохочувальний, 1 бал. Максимальна кількість балів на всіх практичних заняттях дорівнює 2 бали $\times$ 5=10 балів.

2. Модульний контроль

Максимальна кількість балів за самостійну роботу дорівнює 10 балів. Самостійна робота складається з 3-х задач.

3. Розрахункова робота

РР: Ваговий бал – 20 балів.

Робота оцінюється у процентному відношенні правильно розв'язаних завдань.

Штрафні та заохочувальні бали за:

- несвоєчасне (пізніше, ніж на тиждень) подання розрахункової роботи

-2 бали (за кожний тиждень запізнення);

- невиконання домашніх робіт та самостійної роботи

-1 бал (за кожне завдання);

- призові місця у факультетських та інститутських олімпіадах з вищої математики; підготовка та захист рефератів, виконання завдань з удосконалення дидактичних матеріалів з кредитного модуля

+6 балів.

Розрахунок шкали (R) *рейтингу*:

Сума вагових балів контрольних заходів протягом семестру складає:

Rс=20+10+10+10=50 *балів*.

Залікова складова шкали дорівнює 50% від R, а саме

Rз= 50 *балів*.

Рейтингова шкала з дисципліни складає

R= Rс+ Rз =100 *балів.*

Розмір шкали рейтингу R=100 балів.

Розмір стартової шкали Rс =50 балів.

Розмір залікової шкали Rз =50 балів.

Умови позитивної проміжної атестації

На першій атестації (8 тиждень) студент отримує «зараховано», якщо його поточний рейтинг не менше 50% можливих на даний момент балів.

На другій атестації (14 тиждень) студент отримує «зараховано», якщо його поточний рейтинг не менше 50% можливих на даний момент балів.

Умови допуску до заліку

Необхідною умовою допуску до заліку є зарахування розрахункової роботи, а також стартовий рейтинг студента не менше 30 балів.

За рішенням викладача без додаткового опитування можливо виставити (за згодою студента) оцінку «добре» у випадку, коли стартовий рейтинг студента становить не менше 0,9 від максимально можливого (Rс), тобто при Rс≥45 бали.

Виконання залікової роботи полягає у розв'язанні 5-ти задач з дисципліни. (з максимальною оцінкою за кожну задачу 10 балів).

Система оцінювання:

- «відмінно», повне безпомилкове розв'язування задачі – 10 балів;
- «добре», повне розв'язування задачі з несуттєвими неточностями – 6-8 балів;
- «задовільно», завдання виконане з певними недоліками – 5-7 балів;
- «незадовільно», незадовільна відповідь, неправильний метод розв'язування – 0 балів.

Переведення рейтингових балів до оцінок за університетською шкалою здійснюється за таблицею:

Рейтингові бали R=Rc+Re	ECTS	Оцінки за університетською шкалою
$95 \le R \le 100$	**A**	відмінно
$85 \le R \le 94$	**B**	дуже добре
$75 \le R \le 84$	**C**	добре
$65 \le R \le 74$	**D**	задовільно
$60 \le R \le 64$	**E**	достатньо
$R < 60$	**Fx**	незадовільно
Невиконання умов допуску до семестрового контролю	**F**	не допущений

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено професор, доктор фіз.-мат. наук, с.н.с. Романюк Віктор Сергійович

Ухвалено кафедрою ма та тй (протокол № 11 від 04.06.2021)